SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

SEMESTRAL

UNI





Álgebra

Tema: Valor absoluto I

Docente: Segundo Heli Chiroque Reyes

VALOR ABSOLUTO

El valor absoluto de un número real x denotado por $|x|$ se define de la siguiente manera

$$|x| = \begin{cases} x & ; x > 0 \\ 0 & ; x = 0 \\ -x & ; x < 0 \end{cases}$$

Ejemplos

- $|15| = 15$
- $|-8| = -(-8) = 8$
- $|0| = 0$
- $|-\sqrt{2}| = -(-\sqrt{2}) = \sqrt{2}$

$|\underbrace{x}_{\text{positivo}}| = x$ — En forma práctica, las barras se eliminan.

$|\underbrace{x}_{\text{negativo}}| = -x$ — En forma práctica, le cambiamos de signo.

- $|\underbrace{x^2 + \pi}_{\text{siempre positivo}}| = x^2 + \pi$

  Como $x^2 \geq 0 \quad ; \forall\, x \in \mathbb{R}$
  $\rightarrow x^2 + \pi \geq \pi$

- $|\underbrace{4^x + 1}_{\text{siempre es }(+)}| = e^x + 1$

  Como $4^x > 0$
  $\rightarrow 4^x + 1 \geq 1$

- $||\underbrace{x| + 5}_{\text{siempre positivo}}| = |x| + 5$

  Como $|x| \geq 0 \quad ; \forall\, x \in \mathbb{R}$
  $\rightarrow |x| + 5 \geq 5$

- $|\underbrace{3x^2 - x + 1}_{\text{siempre positivo}}| = 3x^2 - x + 1$

  Por el Teorema del trinomio Positivo:
  - Coef. princ. $= 3 > 0$
  - $\Delta = (-1)^2 - 4(3)(1)$

    $\Delta = -11 < 0$

PROPIEDADES DE VALOR ABSOLUTO

Considere que cada expresión este bien definida en los reales.

1. $\|x\| \geq 0 \ \forall x \in \mathbb{R}$	**2.** $\|xy\| = \|x\|\|y\|$	**3.** $\|-x\| = \|x\|$
• $\|3x-2\| \geq 0 ;\ \forall x \in \mathbb{R}$ • $\|x^3+x\| \geq 0 ;\ \forall x \in \mathbb{R}$	• $\|8x\| = \|8\|\|x\| = 8\|x\|$ • $\|x^2-2x\| = \|x\|\|x-2\|$	• $\|-10\| = \|10\| = 10$ • $\|4-x\| = \|-(x-4)\| = \|x-4\|$
4. $\left\|\frac{x}{y}\right\| = \frac{\|x\|}{\|y\|} ;\ y \neq 0$	**5.** $\|x\|^2 = \|x^2\| = x^2$	**6.** $\sqrt{x^2} = \|x\|$
$\left\|\frac{x+6}{x-2}\right\| = \frac{\|x+6\|}{\|x-2\|}$ $\frac{\|x\|}{\|x+3\|} = \left\|\frac{x}{x+3}\right\|$	$\|x-5\|^2 = (x-5)^2$ $(x+9)^2 = \|x+9\|^2$	$\sqrt{(x-3)^2} = \|x-3\|$ $\sqrt{(-7)^2} = \|-7\| = 7$

Consecuencia :

$$|4x-8| = 4|x-2|$$

$$|-5x-20| = 5|x+4|$$

$$|a-b| = |b-a|$$

$$\sqrt[2n]{x^{2n}} = |x| \ ; \quad n \in \mathbb{N}$$

- $\sqrt[4]{(x-3)^4} = |x-3|$

Aplicación 1

Si se cumple que

$$|x^2 - 2x + k| = x^2 - 2x + k\ ;\ \forall x \in \mathbb{R},$$

halle la variación de k.

A) $[1; +\infty\rangle$ B) $\langle 1; +\infty\rangle$ C) $[4; +\infty\rangle$
D) $\langle -\infty; 1]$ E) $\langle -\infty; 1\rangle$

Resolución

Aplicación 2

Se define

$$f_{(x)} = \frac{|2x + 3| - |x - 4|}{x}, x \in \langle 0; 1\rangle$$

halle la variación de $f_{(x)}$.

A) $[0; +\infty\rangle$ B) $\langle 2; +\infty\rangle$ C) $[4; +\infty\rangle$
D) $\langle -\infty; 3]$ E) $\langle -\infty; 2\rangle$

Resolución

ECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO

Son ecuaciones donde la incógnita este afectado del valor absoluto.

Ejemplos:

- $|3x-2|=5$
- $|x-2|+|2x-4|=6$
- $|x^2+x-6|=|2x+4|$

Tenga en cuenta que:

Como $|x|\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$, entonces estas ecuaciones son incompatibles y tienen $C.S=\emptyset$

- $|3x+4|=-5$
- $|2x-1|+|x+3|=-6$

Resolución de ecuaciones con valor absoluto

Tener en cuenta la definición y propiedades del valor absoluto en el proceso de la resolución de la ecuación para dar el conjunto solución (CS).

Aplicación 3: Resuelva la ecuación

$$|3x-1|=8$$

Resolución:

Teoremas

1. $|x| = a \leftrightarrow a \geq 0 \wedge (x = a \vee x = -a)$

2. $|x| = |a| \leftrightarrow x = a \vee x = -a$

Aplicación 4: Resuelva la ecuación

$$|x + 1| = 3x - 9$$

Resolución:

Aplicación 5: Resuelva la ecuación

$$|x^2 + x - 6| = |2x - 4|$$

Resolución:

Aplicación 6

Determine la suma de módulos de las soluciones de la siguiente ecuación

$$x^2+6x-9|x+3|+29=0.$$

A) 16 B) 18 C) 20 D) 25 E) 12

Resolución

ACADEMIA
CÉSAR VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe